

EXPERIENCIA DOCENTE DEL USO DEL ORIGAMI PARA LA MEJORA DEL ANÁLISIS Y VISIÓN ESPACIAL

TEACHING EXPERIENCES USING THE ORIGAMI FOR THE IMPROVEMENT OF THE ANALYSIS AND SPATIAL VISION

Dra. María Luisa Barasona Villarejo

Dr. David Gutiérrez Rubio

Resumen

El origami modular consiste en el doblado de varias piezas llamadas módulos que posteriormente se ensamblan para crear estructuras complejas. En este artículo describimos una experiencia de innovación docente orientada a alumnos del Grado de Educación Primaria para la adquisición de competencias en el ámbito de la geometría y visión espacial. En ella hacemos uso del origami modular para la construcción de diferentes figuras poliédricas. Durante varias sesiones planteamos actividades dirigidas a la evaluación y desarrollo de la percepción espacial del alumnado. En cada sesión describimos las técnicas utilizadas y su contribución a competencias y cumplimiento de objetivos.

Palabras Clave

Geometría. Visión espacial. Análisis geométrico. Origami. Evaluación de competencias.

Abstract

Modular origami is based on folding papers into figures called modules, which are used later to assembly complex structures. In this article we describe a teaching innovation experience oriented to students of Primary Education Degree. We use modular origami to build several polyhedric figures. For several sessions we give to the students several tasks oriented to evaluate and develop their spatial perception. In each session we describe the techniques that have been used and its contribution to competences and the compliance of the objectives.

Key Words

Geometry. Spatial visión. Geometric analysis. Origami. Competences evaluation.

1. Introducción

La palabra origami (del japonés “doblar papel”) es un arte que se inició en China en el siglo I que consiste en la realización de figuras plegando papel, usualmente sin utilizar tijeras ni pegamento. Dicho arte se popularizó en Japón en el siglo XVII. En España se introdujo inicialmente en el siglo VIII a través de los árabes, donde fue popularizada posteriormente en el siglo XX por autores como Don Miguel de Unamuno.

En la actualidad existe una amplia y rica teoría matemática acerca del origami y los patrones de plegado, con múltiples aplicaciones tanto en medicina como en astronáutica (Lang, 2005).

Dentro de las múltiples variantes del origami, nos centramos en el denominado origami modular, que consiste en el doblado de piezas sencillas llamadas módulos y su posterior ensamblaje para la creación de figuras más complejas. De entre los diversos

tipos de módulos existentes, uno de los más conocidos es el módulo de Sonobe (Simon, 2012).

El módulo de Sonobe tiene como ventajas académicas la facilidad de su construcción y de su posterior ensamblaje, y de que permite múltiples construcciones con él, si bien no permite la construcción de sólidos platónicos, excepto el cubo.

En este artículo planteamos una experiencia docente destinada a evaluar y a desarrollar la percepción espacial del alumnado utilizando sesiones dirigidas de Origami usando el módulo de Sonobe. Entendemos la visión espacial como aquella capacidad de la persona para visualizar y razonar con objetos en el espacio tridimensional. Existe una relación entre el nivel de educación matemática que haya recibido el alumnado y su nivel de percepción espacial (Bishop, 1980).

2. Perfil del alumnado y asignatura

La experiencia docente que mostramos ha sido realizada con los alumnos de tercer curso del Grado en Educación Primaria del Centro de Magisterio Sagrado Corazón de Córdoba, dentro de la asignatura “Didáctica de la Geometría y la Estadística”.

El perfil del alumnado del Grado de Educación Primaria suele estar compuesto por alumnos con una trayectoria académica centrada en las Ciencias Sociales y Jurídicas, donde un porcentaje cercano al 40% suele manifestar “poco o nada” gusto por las Matemáticas, aunque un porcentaje alto, cercano al 80% piensa que un profesor debe saber más Matemáticas de las que pretende enseñar (de Gauna, 2013; Nortés, 1992).

Dentro de la guía docente de asignatura en la que desarrollamos las sesiones encontramos entre otras las siguientes competencias a desarrollar:

- CB2: Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
- CB4: Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.
- CE10: Reflexionar sobre las prácticas de aula para innovar y mejorar la labor docente. Adquirir hábitos y destrezas para el aprendizaje autónomo y cooperativo y promoverlo entre los estudiantes.

Las competencias CB2 y CE10 vamos a evaluarlas mediante la observación del alumnado a la hora de realizar las tareas de construcción que le mandemos. La competencia CB4 está relacionada con la capacidad del estudiante de descomponer un problema aparentemente complejo en términos sencillos, aspecto que vamos a trabajar durante estas sesiones.

3. Desarrollo de las sesiones

Las sesiones aquí planteadas son eminentemente manipulativas, con un ratio recomendado de 30 alumnos/profesor máximo. El material necesario para dichas sesiones consiste en varias hojas cuadradas de 10cm x 10cm aproximadamente, de colores variados a ser posible. Si bien existen tiendas especializadas en papel de origami, una solución económica y con buenos resultados es usar los papeles cuadrados de notas no adhesivas agrupados en tacos, que suelen ser cuadrados y venir en colores diversos. La tónica general de las sesiones consistirá en la realización de figuras para los que

previamente habrá que preparar una determinada cantidad de módulos. Una vez que el alumnado ha aprendido a realizar los módulos, se le puede pedir que traiga mas, ya preparados para la sesión.

3.1. Sesión 1

En esta primera sesión sentamos las bases del doblado y uso del módulo de Sonobe. Primeramente se les enseña a los alumnos los pasos para construir un módulo de Sonobe a partir de una hoja cuadrada de papel.

Posteriormente definimos un vocabulario básico que se va a utilizar en posteriores sesiones. Llamaremos “bolsillo” y “pestaña” a las partes del módulo que sirven para ensamblarse entre ellos (ver figura 1):

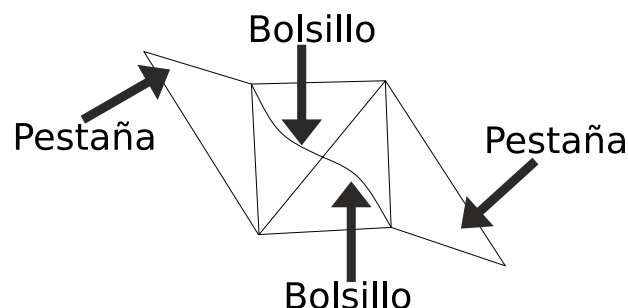


Figura 1: Esquema del módulo de Sonobe

Una vez clara la terminología pasamos a enunciar la regla que se aplica en cualquier construcción con este módulo: “Todo bolsillo tendrá una pestaña y toda pestaña tiene que ir a un bolsillo”. Usaremos una denominación para dicha regla, del tipo “Regla fundamental de los módulos Sonobe” o similar, para referirnos a ella durante el transcurso de las actividades para el resto de las sesiones. Así, cualquier construcción realizada con

el módulo de Sonobe tiene que tener todos sus bolsillos ocupados y todas sus pestañas en algún bolsillo.

Dicho esto, y con el único uso de dicha regla, se les plantea la primera actividad, que consiste en que con 6 módulos de Sonobe los alumnos han de construir un cubo, sin ninguna indicación por parte del profesor, salvo una imagen en la pizarra de un cubo ya montado.

Esta actividad nos sirve para evaluar la capacidad del alumnado de aplicar reglas simples (en este caso, sólo una) para la resolución de un problema aparentemente complejo. El alumnado puede obtener los siguientes grados de éxito:

- 1) El alumno no sabe unir más de dos módulos en el espacio tridimensional.
- 2) El alumno puede formar una esquina del cubo con 3 módulos.
- 3) El alumno forma el cubo pero se deja pestañas fuera de bolsillos.
- 4) El alumno forma el cubo correctamente.

De nuestra experiencia en clase hemos podido observar que la mayoría de los alumnos llegan hasta el nivel 3. Es decir, pueden formar el cubo, pero dejando pestañas y bolsillos sin corresponder, lo cual da lugar a una figura poco sólida. A dichos alumnos se les pide que repitan la que hemos denominado Regla Fundamental del Módulo de Sonobe (no puede haber pestañas o bolsillos sueltos), y que comprueben ellos mismos en donde están fallando. Aproximadamente 1 alumno de cada 15 consigue formar el cubo sin problemas.

3.2. Sesión 2

Se repite de nuevo la regla de los bolsillos y las pestañas y mediante el uso de dicha regla, se pide construcción de una figura llamada Joya de Toshie, para lo que hacen falta 3 módulos. Nuevamente se les enseñará una imagen de la figura montada.

Dicha figura, a pesar de tener menos módulos supone un grado de dificultad mayor que la del cubo y evalúa las mismas capacidades que la anterior a un nivel mayor. Los grados de éxito de dicha actividad son:

- 1) El alumno no puede unir dos módulos.
- 2) El alumno une dos módulos correctamente pero no sabe cómo unir el tercero.
- 3) El alumno forma la figura correctamente.

3.3. Sesión 3

En esta sesión se le plantea al alumnado la construcción de las piezas que componen el Cubo de Soma utilizando módulos de Sonobe. Se mostrará en la pizarra una imagen de las piezas y los alumnos deberán planificar adecuadamente la construcción, determinando cuántos módulos de Sonobe necesitarán.

Una dificultad con la que inevitablemente se encontrarán es que las piezas del Cubo de Soma no son convexas. Cuando intenten unir dos módulos en una parte cóncava tendrán dificultades para que los módulos queden firmemente enganchados. Aquí planteamos al alumnado cuando la actividad se encuentre avanzada si en algún punto encuentran más dificultades y, lo más importante, si pueden precisar qué puntos son esos. En este momento, evaluamos la capacidad del alumnado de analizar de forma correcta la situación. Los grados de éxito al responder dicha pregunta son:

- 1) El alumnado no sabe identificar las zonas donde es más complicado el ensamblaje.
- 2) El alumnado los identifica pero no sabe distinguirlos con palabras de las otras zonas.

- 3) El alumnado los identifica y distingue pero usando un lenguaje vago e informal.
- 4) El alumnado utiliza un lenguaje riguroso para identificar dichas zonas (concauidad/convexidad).

Dada la dificultad de ensamblaje ya comentada, recomendamos utilizar pegamento para ensamblar las piezas de manera sólida.

Opcionalmente, y para otras sesiones se pueden realizar actividades propias del Cubo de Soma construido.

3.4. Sesión 4

En esta sesión construiremos un octaedro estrellado. Esta figura presenta a primera vista una mayor complicación principalmente porque el alumno no es capaz de “comprenderla” de un solo vistazo. Mediante esta actividad mostramos cómo el análisis de una figura regular puede permitir su comprensión en forma de reglas sencillas y una posterior construcción.

Para ello utilizaremos dos nuevos términos, que, por analogía, los denominamos “flor” y “pétalos”. Un pétalo es un tetraedro de los muchos que componen la superficie del poliedro estrellado. Una flor es un conjunto de pétalos alrededor de un punto. Una de las competencias que evaluaremos indirectamente es la capacidad del alumnado de asimilar y aplicar conceptos sencillos. Por experiencia hemos comprobado que el alumnado es reticente a asimilar dichos conceptos en esta sesión y en la siguiente, ya que la visión de una figura “compleja” parece predisponerles a pensar en términos “complejos” y a ignorar la idea de pétalo y de flor.

Una vez que se han establecido dichos términos, se le pide al alumnado que examinen la imagen del octaedro estrellado que hay en la pizarra y que comuniquen al resto de la clase cualquier cosa que descubran. Existen varios grados de éxito:

- 1) El alumnado no dice nada.
- 2) El alumnado ve pétalos y flores, pero nada más.
- 3) El alumnado descubre que la figura hay una o varias flores de 4 pétalos.
- 4) El alumnado descubre que la figura tiene todas las flores de 4 pétalos.

Por experiencias en clase podemos afirmar que el grado de éxito más bajo es el que se suele observar, ya que por lo general el alumnado carece de visión analítica para buscar las propiedades de una figura. En la medida de lo posible, es recomendable enfocar esta actividad en forma de orientación guiada, intentando que sea el alumno el que dé el paso crucial de ver una figura compleja en su conjunto a analizarla y expresarla en términos más simples.

Una vez que el alumno entiende esta propiedad pasamos a la actividad de construcción de la figura, para la que son necesarios 12 módulos de Sonobe. En las figuras de tipo poliedro estrellado es conveniente doblar la cara cuadrada del módulo en dos triángulos rectángulos que facilitarán la labor de construcción de los pétalos.

Puede ser necesario dar indicaciones a los alumnos de cómo construir un pétalo con los módulos. Dado que el principal objetivo de esta sesión es el de desarrollar la capacidad de análisis de figuras no es contraproducente. En la actividad de construcción podemos encontrarnos los siguientes niveles de éxito:

- 1) El alumno no es capaz de montar más allá de un pétalo
- 2) El alumno monta varios pétalos juntos pero no consigue cerrarlos para formar una flor.

- 3) El alumno monta una flor pero no es capaz de seguir añadiendo flores adyacentes.
- 4) El alumno en algún momento añade flores con 3 o 4 pétalos, lo cual da lugar a una figura no regular.
- 5) El alumno construye correctamente todas las flores y cierra la figura obteniendo el octaedro estrellado.

En dicha actividad hemos encontrado gran variedad de resultados. Aproximadamente 1 de 20 alumnos construye la figura sin problemas. Una proporción menor no supera el nivel 2 de éxito (montar varios pétalos pero sin cerrarlos en forma de flor). La gran mayoría de alumnos se encuadran en el nivel 4, lo cual es consecuente con la escasa capacidad del alumnado de aplicar reglas simples de manera repetitiva para conseguir un objetivo más complejo.

3.5. Sesión 5

Por último, en esta sesión construiremos el dodecaedro estrellado, que se compone de 30 módulos de Sonobe. Esta figura, si bien a primera vista es más compleja que la anterior, su desarrollo es totalmente análogo, con la única diferencia de que si para el octaedro estrellado había que construir flores de 4 pétalos, para esta figura hay que construir flores de 5 pétalos.

De nuevo tenemos una figura que vista como un todo puede parecer compleja pero puede comprenderse y construirse con una regla sencilla.

Así, en esta sesión expondremos en la pizarra una imagen del dodecaedro estrellado y sin más explicaciones pediremos al alumnado que examinen la figura y que comuniquen cualquier cosa que descubran sobre la misma. Los grados de éxito de dicha actividad son:

- 1) El alumnado no aprecia nada relevante sobre la figura.
- 2) El alumnado habla de pétalos y flores, pero no destaca ningún hecho significativo sobre los mismos.
- 3) El alumnado se da cuenta de que hay una o varias flores que tienen 5 pétalos.
- 4) El alumnado se da cuenta de que todas las flores tienen 5 pétalos.

Por experiencias propias hemos observado que el grado de éxito es superior al anterior, si bien todavía existe un porcentaje no desdeñable de alumnos con baja capacidad analítica.

Por último, se le pide al alumnado que construya la figura utilizando 30 módulos de Sonobe. Los grados de éxito de dicha actividad son similares a los de la sesión anterior:

- 1) El alumno no es capaz de montar más allá de un pétalo
- 2) El alumno monta varios pétalos juntos pero no consigue cerrarlos para formar una flor.
- 3) El alumno monta una flor pero no es capaz de seguir añadiendo flores adyacentes.
- 4) El alumno en algún momento añade flores con 4 o 6 pétalos, lo cual da lugar a una figura no regular.
- 5) El alumno construye correctamente todas las flores y cierra la figura obteniendo el dodecaedro estrellado.

De nuevo el grado de éxito suele ser, mayor que en la sesión anterior. Aquí entra en juego además que el dodecaedro estrellado, al tener menor curvatura que el octaedro estrellado, requiere menos habilidad manual para su ensamblaje.

3.6. Sesión 6

Esta sesión consiste en evaluar la capacidad de generalización del alumnado, a la par que ayudar a desarrollar su curiosidad matemática. Se pide al alumnado, ya que

hemos visto figuras con flores de 4 pétalos y figuras con flores de 5 pétalos, que investigue si existirá alguna figura con flores de 3 pétalos y otra con flores de 6 pétalos. Preguntamos antes de que empiecen a trabajar cuál de esas dos preguntas (flores de 3 pétalos o flores de 6 pétalos) es más fácil de responder y por qué. Aquí los alumnos pueden dar la siguiente respuesta, calificadas de menos éxito a más éxito:

- 1) El alumno no sabe responder.
- 2) El alumno responde que 3 porque son menos pétalos.
- 3) El alumno responde que 6 pero no sabe por qué.
- 4) El alumno responde que 6 porque se ha visto antes que la figura de 5 pétalos resultó más fácil que la de 4 pétalos.

Respecto a la actividad de comprobar si existe una figura con flores de 6 pétalos, el resultado no es un poliedro sino una figura que se extiende como una alfombra sin cerrarse nunca. Esta actividad no suele plantear ningún problema al alumnado que la realiza sin complicación.

La otra figura, por el contrario, suele plantear más problemas por la dificultad de imaginar y ensamblar flores de 3 pétalos. La figura resultante debería ser el cubo. La dificultad de ensamblar los pétalos viene dada porque pétalos adyacentes (cuyas caras deberían ser triángulos) se juntan formando caras cuadradas, por lo que se requiere una mayor visualización mental de los pétalos.

4. Conclusiones

Las experiencias docentes que hemos realizado a través de sesiones de Origami como las descritas han sido bastante satisfactorias, tanto para el alumnado como

para el docente. La satisfacción del alumnado que consigue construir una figura que poco antes le parecía imposible o muy difícil se hace patente. El hecho además de tratarse de una actividad manual logra la implicación plena de alumno. Preguntados por los contenidos de la asignatura, la mayoría califican estas sesiones como las más gratificantes.

Cabe destacar también que varios de los alumnos optan por realizar sesiones de Origami en sus sesiones de Practicum con alumnado de primaria, con resultados bastante buenos según ellos.

Las sesiones aquí descritas ayudan al alumnado a mejorar no sólo su visión espacial general al trabajar con figuras geométricas tridimensionales, sino a desarrollar su capacidad de análisis, y el de búsqueda y aplicación de reglas sencillas para obtener un resultado complejo.

5. Bibliografía

- Artero, R. M., y Checa, A. N. (1992). Actitud, Aptitud y Rendimiento en matemáticas: un estudio en primero de magisterio. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 10, 36-43.
- Bishop, A. J. (1980). Spatial abilities and mathematics education—A review. *Educational Studies in Mathematics*, 11(3), 257-269.
- de Gauna Gorostiza, J. G. R., Iturrioz, J. M. G., & Fernández, J. S. (2013). Perspectiva de los alumnos de Grado de Educación Primaria sobre las Matemáticas y su enseñanza. *Números*, (82), 5-15.

Lang, R. J. & Hull, T. C. (2005). Origami design secrets: mathematical methods for an ancient art. *The Mathematical Intelligencer*, 27(2), 92-95.

Simon, L., Arnstein, B. & Gurkewitz, R. (2012). *Modular Origami Polyhedra: Revised and Enlarged Edition*. Courier Corporation.

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

Barasona Villarejo, M.L. y Gutiérrez Rubio, D. (2015). Experiencia docente del uso del origami para la mejora del análisis y visión espacial. *Aula de Encuentro*, nº 17, vol. 2. pp. 113-126.

María Luisa Barasona Villarejo es
Profesora Titular del Centro de Magisterio
Sagrado Corazón (adscrito a la Universidad de Córdoba)
Correo-e: m.barasona@magisteriosc.es

David Gutiérrez Rubio es
Profesor Sustituto Interino de la Universidad de Córdoba
Correo-e: dgrubio@uco.es

Enviado: 14 de junio de 2015

Aceptado: 3 de octubre de 2015