

Modelado matemático y técnicas de predicción aplicados a la optimización energética en redes reales de distribución de agua

Gonzalo Ruiz, Héctor Pomares, Miguel Damas y Gonzalo Olivares

Programa de Doctorado "Tecnologías de la Información y la Comunicación"
Departamento de Arquitectura y Tecnología de los Computadores
Centro de Investigación en Tecnologías de la Información y las Comunicaciones
(CITIC-UGR). Universidad de Granada.
C/Periodista Rafael Gómez, nº2, 18014 Granada, España.
gonzalo.ruiz.gar@gmail.com

Resumen

Este artículo presenta el fundamento, desarrollo y resultados de un sistema diseñado para obtener los períodos de bombeo óptimos para elevar agua a depósitos en redes de distribución civil de agua. Para conseguirlo, se han utilizado algoritmos de predicción para modelar el consumo de los usuarios, modelado matemático para representar el comportamiento de los equipos reales y técnicas de optimización de programación matemática. Además, también se ha desarrollado todo el software necesario para transferir la solución del modelo a los actuadores de la red.

INTRODUCCIÓN

Bien conocido es el interés creciente por la creación de sistemas energéticamente óptimos (Bunn, Simon, "Closing the loop in water supply optimization", *The IET Water Event*, 2007) no sólo por el evidente ahorro económico que supone decrementar la energía consumida, sino también por el importante valor añadido del respeto al medioambiente. Con este hecho en mente, y debido al elevado consumo eléctrico de los dispositivos de elevación de agua utilizado en las redes de abastecimiento, surge casi de forma natural la creación de un sistema que optimice el consumo energético, así como su coste, ya que el precio de la energía eléctrica varía a lo largo del día.

- Dado que existen infinidad de configuraciones de grupos de bombeo y depósitos de abastecimiento, en este artículo se pretenden sentar las bases para el caso del bombeo simple; este esquema está compuesto por:
 - Un grupo de bombeo, compuesto por una o más bombas, que funcionan de forma excluyente; esto es debido a la limitación en la potencia eléctrica del cuadro de alimentación, no puede funcionar más de una bomba de forma simultánea.
 - Un depósito de impulsión o abastecimiento, que tendrá una cota de altitud elevada, y que estará caracterizado por su volumen máximo y mínimo, y un caudal de salida para abastecer la demanda de su sector.

- Una tarifa eléctrica; en nuestro caso, se distribuye como sigue:
 - a) Tarifa mínima: 0:00 a 8:00.
 - b) Tarifa intermedia: 8:00 a 11:00 y de 15:00 a 0:00.
 - c) Tarifa máxima: 11:00 a 15:00.

Un ejemplo de esta configuración se recoge en la **Fig. 1**.

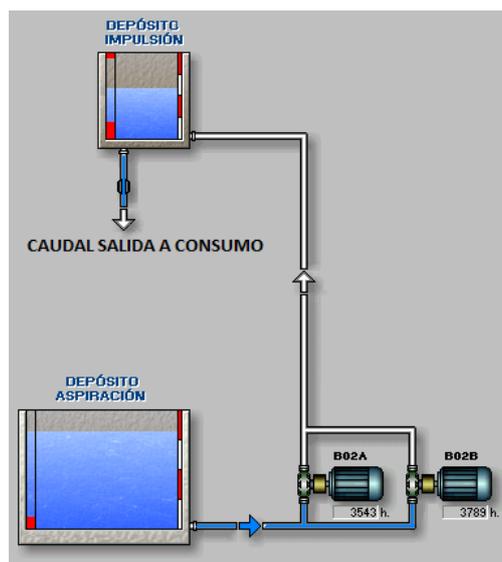


Figura 1. Configuración bombeo simple.

Tradicionalmente, el nivel de estos depósitos se controla con niveles mínimos de arranque y niveles máximos de parada: así, si el nivel cae por debajo del nivel mínimo, arrancará el grupo de bombeo; mientras que si sube por encima del máximo, se detendrá. Estos niveles de arranque y parada varían según la franja horaria de tarifa eléctrica en que nos encontremos.

Este sistema, si bien ofrece resultados razonables y garantiza el abastecimiento, está lejos de ser energéticamente óptimo y además requiere de constante supervisión por parte de los explotadores de la red.

Para representar el comportamiento real del sistema descrito y optimizar el proceso de bombeo para un consumo futuro dado, se propone utilizar un modelo matemático, en formato de tiempo muestreado (15 minutos, a modo de ejemplo para este artículo, lo que hace un total de 96 muestras por día), que se ejecutará periódicamente cada 60 minutos y con un horizonte de predicción de 24 horas. Puesto que se trabaja con planificación futura, el punto de partida de este trabajo debe ser un módulo, implementado previamente, que nos facilite curvas de predicción de consumo en un formato muestreado y normalizado. Estas curvas permitirán modelar el consumo futuro del sector y, mediante el modelo matemático y su resolución, podremos obtener la mejor distribución temporal de los procesos de bombeo.

Además, con el fin de obtener curvas de predicciones fieles y representativas, será necesario disponer de datos reales del consumo del sector, así como de la tarifa eléctrica contratada en el cuadro de alimentación del grupo de bombeo.

El resto del trabajo se organiza de la siguiente manera: tras la introducción, en la Sección II trataremos sobre el punto de partida de las curvas de predicción de consumo; en la Sección III expondremos las principales ecuaciones del modelo matemático; en la Sección IV hablaremos de la aplicación del modelo en un escenario real, incluyendo la interfaz con el sistema de control y adquisición de datos (SCADA) de una explotación dada, además de comentar los resultados; finalmente, en la Sección V se indican las conclusiones de este trabajo y qué puertas abre a futuras investigaciones, planteando posibles modelos más complejos con la misma meta de optimización energética.

PUNTO DE PARTIDA: LAS CURVAS DE PREDICCIÓN

Si bien el consumo de agua por parte de un sector de una ciudad es aleatorio, es fácil observar un cierto patrón en su comportamiento. La **Fig. 2**, que representa el consumo de un día dado, muestra un comportamiento típico.

El módulo de predicción realiza tres tareas:

1) Normalización: obtener un conjunto de datos equidistantes temporalmente a partir de datos distribuidos de forma no uniforme en el tiempo.

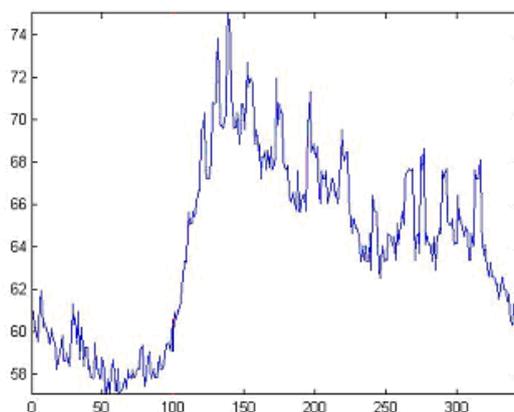


Figura 2. Curva característica de consumo de un sector.

2) Corrección de errores: corrección de "outliers" y datos "missing", mediante interpolación simple o inserción de curvas patrón obtenidas mediante series de Fourier (Sola, 2009, "Telecontrol: Procesamiento y análisis de datos para la optimización del ciclo integral del agua de Granada", *Proyecto Fin de Máster en Ingeniería de Computadores y Redes*, Universidad de Granada), (Sola, Valor, Ybarra, Pomares & Damas, 2009, "Tratamiento avanzado de información en redes de explotación de agua", *Primer Workshop en Informática Industrial [WIIND 2009]*).

3) Obtención de la predicción: tras la prueba de varias metodologías, los mejores resultados se obtuvieron con Redes Neuronales del tipo perceptrón multicapa con 5 neuronas en la capa oculta entrenadas mediante "back-propagation" y validación cruzada, con valores del ajuste medio a la curva real del 82%.

EL MODELO MATEMÁTICO

A grandes rasgos, se ha propuesto un modelo de optimización: para cada muestra temporal existen dos posibles estados para las bombas: en marcha o apagadas. Cada una de las posibles combinaciones de encendidos y apagados en cada muestra constituye una posible solución al problema. El modelo se basa en definir una ecuación (*función objetivo*, FO) que evalúe numéricamente cómo de buena es una solución, de forma que cuanto más alto sea el valor de la FO para una solución dada, peor será esta. Por tanto, la solución óptima al problema de la planificación de bombeos será aquella que *minimice* el valor de la FO.

Además de la FO, el modelo tiene una serie de inecuaciones de restricción: estas restricciones imponen ciertas condiciones que debe cumplir la solución para que sea considerada válida. A continuación se desglosan cada uno de los términos de la FO y las restricciones del modelo propuesto.

Abastecimiento de la demanda:

$$N_{inicial} + V \cdot \sum_{i=0}^T [\Delta(i) - X(i)] \geq D(T)$$

$$\forall T \in [0, N - 1]$$

(1)

donde $N_{inicial}$ es el volumen del depósito en $T=0$; V es el volumen de agua que es capaz de elevar la bomba en un intervalo de muestreo; $\Delta(T)$ es una variable binaria que indica si la bomba está o no encendida en la muestra T ; y $D(T)$ es la demanda acumulada desde el instante 0 al instante T ; $X(T)$ es una variable real auxiliar, entre 0 y 1, que indica qué fracción de la muestra T la bomba no ha estado funcionando (esto es, $X(T)$ es distinto de 0 cuando $N(T)$, que se definirá seguidamente, sea distinto de 0). Si en una muestra dada $N(T)$ es 1 (se produce un arranque) $X(T)$ puede ser cualquier valor entre 0 y 1; pongamos 0,85 (**Fig. 3**):



Figura 3. La zona azul indica tiempo de bombeo.

Esta variable nos permite tener resoluciones temporales por debajo del tiempo de muestreo: supongamos que la ventana de predicción coincide con el inicio de un día, de forma que $T=0$ representa el intervalo desde las 0:00-0:15; sea $T_i=1$, muestra que abarca desde las 0:15-0:30, y que en esta muestra se produce un arranque; entonces $\Delta(T = 0) = 0$ y $\Delta(T = 1) = 1$, de lo que sigue que:

$$X(T = 0) = 0$$

$$X(T = 1) \in [0, 1]$$

(2)

Supongamos que $X(T = 1) = 0,85$. Esto significaría que el arranque se produce una vez transcurrido un 0,85 del intervalo, que será: $0,85 \cdot 15 = 12,75$ minutos; como no existe resolución temporal por debajo del minuto, se redondea a 13 minutos desde el inicio del intervalo, esto es, 0:15 más 13 minutos es igual a 0:28; en este instante se produciría el arranque.

La ecuación de abastecimiento de la demanda puede resumirse así: en cada instante, el volumen inicial de agua más el agua que se ha bombeado debe ser igual o superior a la cantidad de agua demandada.

- Minimización del número de arranques: si definimos:

$$\begin{aligned} \Delta(T - 1) - \Delta(T) &= P(T) - N(T) \\ /P(T), N(T) &\in \{0,1\} \end{aligned} \quad (3)$$

Se obtiene:

$$N(T) = \begin{cases} 1 & \text{si } \exists \text{ arranque entre } [T - 1, T] \\ 0 & \text{cualquier otro caso} \end{cases} \quad (4)$$

$$P(T) = \begin{cases} 1 & \text{si } \exists \text{ parada entre } [T - 1, T] \\ 0 & \text{cualquier otro caso} \end{cases} \quad (5)$$

A partir de esto, se define el coste de los arranques (CA), que es un término de la función objetivo, como:

$$CA = C_A \cdot \sum_{i=0}^{N-1} N(i) \quad (6)$$

Donde C_A es un coeficiente de penalización. Con este término se pretende evitar que la solución óptima tenga un número elevado de arranques, ya que éstos suponen un desgaste mecánico de los equipos. Por tanto, introducir este término sumando a la función objetivo penalizará el número de arranques.

- Restricción de los límites del depósito:

$$\begin{aligned} N_{min} &\leq N_{inicial} + V \cdot \sum_{i=0}^T [\Delta(i) - X(i)] - D(T) \\ N_{max} &\geq N_{inicial} + V \cdot \sum_{i=0}^T [\Delta(i) - X(i)] - D(T) \\ \forall T &\in [0, N - 1] \end{aligned} \quad (7)$$

Esto es: en cada instante, el volumen inicial más lo que se ha bombeado menos lo que se ha consumido debe estar por debajo del nivel máximo y por encima del nivel mínimo.

- Minimización del coste económico: el coste se modela como otro coeficiente de la función objetivo, que se define como sigue:

$$CB = C_c \cdot \sum_{i=0}^{N-1} C(i) \cdot [\Delta(i) - X(i)] \quad (8)$$

Donde C_c es el término de potencia eléctrica consumida por la bomba, y $C(T)$ es el precio de la tarifa eléctrica en la muestra T.

- Otras consideraciones:

Existen otras consideraciones y/o restricciones que es necesario tener en cuenta e incluir en el modelo para que este se comporte como se desea, pero que no se analizarán en detalle porque, al modelar comportamientos relacionados con el tiempo, su formulación depende del tiempo de muestreo elegido, y su análisis minucioso sale fuera de los objetivos de este texto; solamente algunos se expresarán para el tiempo de muestreo de 15 minutos que se ha propuesto en el artículo a modo de ejemplo.

a) Duración mínima de los bombeos y tiempo mínimo entre bombeos: para respetar el régimen térmico de las bombas, estas deben permanecer encendidas un tiempo mínimo después de su arranque, y deben permitir un tiempo después de la parada. Supóngase que en ambos casos el tiempo es de 16 minutos, por lo que debe haber al menos dos muestras consecutivas con la bomba en marcha. Si $N(T)$ representa los arranques y $P(T)$ las paradas; entonces:

$$N(T) + N(T + 1) + P(T + 1) \leq 1 \quad (9)$$

Lo que significa que la bomba no puede cambiar de estado (encenderse y/o apagarse) más de una vez cada 2 muestras consecutivas.

b) Adelanto de los bombeos: dentro de un mismo intervalo de tarifa, los bombeos y arranques que se produzcan antes dentro del intervalo se premiarán en la función objetivo. Esto se recoge en dos coeficientes, PA y AELL (siglas de "Priorización de Arranques" y "Adelanto en Llana", que es la tarifa intermedia). Un ejemplo del término PA podría ser el siguiente:

$$PA = P_{arranq} * \sum_{P_{ai}}^{P_{af}} N(i) \quad (10)$$

donde P_{arranq} es un coeficiente de premio (debe ser numéricamente inferior a C_A , el coeficiente de penalización de arranques, para evitar que el sistema siempre arranque en estas muestras) y P_{ai} y P_{af} son las primeras muestras del intervalo donde se desean adelantar los bombeos.

c) Restricción de volumen al final de la tarifa mínima: parece claro que lo ideal es que, al final de las horas de tarifa mínima, el volumen del depósito tenga agua suficiente para todo el resto del día (y así no volver a bombear) o, si esto no es posible (porque la demanda total excede la capacidad del depósito), que el nivel de agua en el depósito sea máximo, para bombear lo mínimo posible fuera de horas de coste mínimo. Por tanto, existe una restricción de volumen que debe tener el depósito al final de las horas de tarifa mínima:

$$V(T = T_f) \geq \min\{V_{des}, 0,99 \cdot N_{max}\} \quad (11)$$

donde:

$$V_{des} = T_m \cdot \sum_{vi \neq [T_i, T_f]} Q_s(i)$$

Y T_m es el tiempo de muestreo, $[T_i, T_f]$ son las muestras inicial y final de la tarifa mínima y Q_s es el caudal de la demanda. Cabe mencionar la razón de ser del coeficiente 0,99 que acompaña a N_{max} : desde el punto de vista de la región factible del problema de programación lineal que recoge nuestro modelo, una igualdad es mucho más restrictiva que una desigualdad, haciendo que esta sea menor, llegando en algún caso a ser posible tener un problema de infactibilidad. Por lo tanto, se sustituye:

$$V(T = T_f) = \min\{V_{des}, N_{max}\}$$

por:

$$V(T = T_f) \geq \min\{V_{des}, 0,99 \cdot N_{max}\}$$

Lo que se pretende es relajar levemente las restricciones numéricas del problema para evitar problemas de infactibilidad en su resolución.

d) Se premiarán los bombeos que se produzcan durante las 3 primeras horas de tarifa mínima. Se recoge en otro coeficiente de la función objetivo, PB:

$$PB = P_{prioriB} \cdot C_C \cdot \sum_{i=P_{ai}}^{P_{af}} C(i) \cdot [\Delta(i) - X(i)] \quad (12)$$

donde $P_{prioriB}$ es un coeficiente de premio y P_{ai} y P_{af} son las muestras iniciales y finales de las tres primeras horas de tarifa mínima. Lo que se pretende conseguir es que siempre se produzca un bombeo largo a las primeras horas del día, algo siempre deseable desde el punto de vista de la explotación.

Finalmente, todas las ecuaciones, restricciones y consideraciones anteriormente descritas se recogen en la función objetivo, que se define como:

$$FO = CB + CA - PA - PB - AELL \quad (13)$$

El proceso de bombeo (dado por las variables $\Delta(T)$ y $X(T)$) óptimo será aquel que minimice el valor de la función objetivo.

El modelo matemático anterior ha sido escrito utilizando el lenguaje comercial GAMS, y es de tipo MIP (*Mixed Integer Programming*) (Barbolla García, 1991, *Optimización matemática: teoría, ejemplos y contraejemplos*, Espasa Calpe, Madrid), (Bazarraa, 1993, *Nonlinear programming theory and algorithms*, New York Wiley & Sons cop.). El algoritmo de resolución seleccionado ha sido una implementación del conocido como "Bifurcación y acotación" (en inglés, *Branch and Bound*) (McCarl et al., 2010, *McCarl GAMS user guide*, GAMS Development Corporation), (Rosenthal, 2010, *GAMS: A user guide*, GAMS Development Corporation).

RESULTADOS OBTENIDOS

Tras el planteamiento del modelo matemático y su resolución, es necesario traducir la solución obtenida a una dupla en la forma (Minuto Inicio, Minuto Fin), que determina cada uno de los intervalos de bombeo.

Este sistema al completo se implementó y se integró en el software de control SCADA de la Empresa Municipal de Abastecimiento y Saneamiento de Aguas de Granada, EMASAGRA, y está en funcionamiento desde el 15 de septiembre de 2010.

En las primeras semanas tras su puesta en marcha, el Departamento de Telecontrol de EMASAGRA hizo un estudio sobre el ahorro económico que supuso la implantación del nuevo sistema. A continuación se enumeran los datos utilizados en la evaluación de beneficios.

La tarifa eléctrica se evaluó según el precio del término de energía (€/kWh) en el momento del análisis: 0,113528 para tarifa máxima; 0,099657 para tarifa intermedia; y 0,060004 para tarifa mínima. La intensidad de consumo de cada una de las bombas del grupo es de 240 A, y su consumo en 60 minutos es de 159 kWh. Además, se ha elaborado una tabla con 37.000 datos tomados de los históricos de consumo del SCADA, y se han comparado períodos iguales de 3 años consecutivos: 2008, 2009 y 2010. Los resultados obtenidos se adjuntan en la **Tabla 1**.

Cabe destacar el dato resaltado en rojo: el precio medio del m³ de agua elevado al depósito: se puede observar una diferencia significativa, teniendo en cuenta el elevado consumo de agua por parte de los sectores de una ciudad. Asumiendo estos datos como promedios y extrapolando al consumo total a lo largo de un año, tendríamos un ahorro anual que se desglosa en la **Tabla 2**.

De esta manera, y tras un tiempo de funcionamiento continuado de seis semanas, se experimentó un ahorro en los costes eléctricos del 21% respecto al mismo período de 2009 y un 20% respecto a 2008. Esa cantidad puede asociarse a la suma de todas las pequeñas ineficiencias por parte de los operadores de la explotación, que les resulta imposible de ajustar y optimizar.

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este trabajo se ha realizado un sistema capaz de realizar planificaciones de períodos de bombeo para que estos resulten energética y económicamente óptimos, en el escenario de un depósito de distribución real perteneciente a la Red de Abastecimiento de la ciudad de Granada. A partir de una base de datos históricos de consumo, mediante un módulo implementado previamente, se ha obtenido una base de datos saneada, y mediante la aplicación de Redes Neuronales se han obtenido curvas de predicción de consumo. Esta predicción conforma los datos de entrada de un modelo matemático MIP que representa al sistema de elevación de agua; la resolución de este modelo matemático proporciona las planificaciones óptimas de los períodos de bombeo. Una vez implementado el sistema y probado en un escenario real, se han recogido datos que confirman el beneficio que ha supuesto su implantación, justificando el uso de algoritmos de predicción de series temporales y modelos matemáticos en este ámbito de las redes de agua.

Tabla 1. Comparativa de rendimiento (€/m³) para un mismo período de los años 2008, 2009 y 2010.

	2010	2009	2008
Fecha inicio:	18-oct-10	19-oct-09	20-oct-08
Fecha fin:	25-oct-10	26-oct-09	27-oct-08
kWh/per.	3.630,45	3.259,45	4.981,92
€/per.	239,38	235,04	410,37
m3/per.	16.908	14.754	15.275
precio medio /€/kWh):	0,066	0,072	0,082
Rendimiento (€/m3):	0,0142	0,0159	0,0269
Habría costado:		208,89	216,27
Ahorro de:		26,15	194,10
Rango:	7 días PERIODO SEMANAL		
E. VALLE (kWh)	3.087,20 85%	2.292,22 70%	2.384,96 48%
E. LLANA (kWh)	543,24 15%	900,99 28%	2.000,72 40%
E. PUNTA (kWh)	- 0%	66,25 2%	596,24 12%
TOTAL (kWh)	3630,4452	3259,4508	4981,9248

Tabla 2. Extrapolación de resultados a un período anual.

	2010	2009	2008
EN 52 SEMANAS EL COSTE HABRÍA SIDO DE (€/AÑO):	11.212,1	14.171,6	14.042,9
AHORRO MEDIO ANUAL (€/AÑO):		2.959,5	2.830,8
AHORRO MEDIO ANUAL (%):		21%	20%

Después del análisis de resultados, podría parecer que los beneficios de un sistema de este tipo son sólo económicos, y no es cierto; la repercusión económica es la más fácil de evaluar. Sin embargo, un sistema de optimización automático, que se ejecuta periódicamente cada 60 minutos, ofrece además una garantía de adaptación dinámica al estado real de la red, además de una gran independencia de funcionamiento, liberando en gran medida del trabajo de vigilancia a los operadores del sistema de supervisión.

Los buenos resultados de un proyecto como este, para un bombeo de configuración simple, invitan rápidamente a pensar si podría implantarse algo similar en configuraciones más complejas, típicas de las redes de abastecimiento de aguas. El hecho de que el sistema gire en torno a un modelo matemático, permite una enorme flexibilidad en ese sentido para modelar configuraciones más complicadas.

Sin embargo siempre se debe considerar qué tiempo total aproximado es necesario para su resolución: se debe tener en cuenta que este modelo simple, para un tiempo de muestreo de 15 minutos, tiene un total de 96 variables binarias, 96 variables reales y centenares de inecuaciones de restricción, lo que supone que el algoritmo de resolución puede llegar a tardar varios minutos en encontrar la solución óptima. Además, hay que añadirle el tiempo necesario para el cálculo de

la curva de predicción, que tampoco es despreciable. En este caso, en el que el sistema se ejecuta periódicamente cada 60 minutos, no tiene sentido un tiempo total de ejecución superior a algunos minutos: las planificaciones podrían no tener sentido u obtenerse tarde, y por tanto dejarían de ser útiles.

Por tanto, a la hora de plantear otros modelos, es necesario encontrar un compromiso entre la complejidad del mismo, su tiempo de muestreo y su periodicidad de ejecución, a fin de que los resultados obtenidos sean siempre útiles.