

ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DA MATEMÁTICA NO SISTEMA DE ENSINO ELKONIN-DAVIDOV

Ademir Damazio¹

Eloir Fátima Mondardo Cardoso

Felipe Everaldo dos Santos

Resumo. No presente trabalho é focalizado o modo de organização do ensino da matemática, no contexto do sistema denominado de Elkonin-Davydov, que se fundamenta na psicologia pedagógica da perspectiva histórico-cultural. Utilizando a pesquisa documental com abordagem qualitativa, tem por objetivo analisar o modo de organização das tarefas que se expressam no livro didático de matemática do referido sistema, bem como o manual de orientação ao professor, ambos referentes ao primeiro ano escolar. A organização do ensino no referido sistema se caracteriza pela articulação para o desenvolvimento do pensamento conceitual teórico e tem como base unificadora a idéia de medida que envolve a relação entre grandezas.

Palavras-chave: Organização, Ensino, Matemática, Elkonin-Davydov.

ORGANIZACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN EL SISTEMA DE ENSEÑANZA ELKONIN-DAVIDOV

Resumen. El estudio está centrado en el modo de organización de la enseñanza de las matemáticas, en el contexto del sistema llamado Elkonin-Davydov, que se basa en la psicología pedagógica de la perspectiva histórico-cultural. Utilizando la investigación documental con planteamiento cualitativo, tiene por objetivo analizar el modo de organización de las tareas que se expresan en el libro texto de matemáticas del dicho sistema y el manual de orientación al docente, ambos en el primer año de escolarización. La organización de la enseñanza en este sistema se caracteriza por la articulación para el desarrollo del pensamiento conceptual teórico y tiene como base unificadora la idea de medición, que implica la relación entre las medidas.

Palabras clave: Organización, Enseñanza, Matemáticas, Elkonin-Davydov.

¹ Datos de los autores al final del artículo.

ORGANIZATION IN TEACHING MATHEMATICS IN THE EDUCATION SYSTEM ELKONIN-DAVYDOV

Abstract. In the present work, the way of organizing the mathematics teaching is focused, in the context of Elkonin-Davydov system, which is based in the pedagogic psychology of the historical-cultural perspective. Using the documental research on the qualitative approach, its main objective is to analyze the way of tasks are organized and expressed in the text book of mathematics within the referred system, as well as the orientation manual to the teacher, both regarding the first grade. The teaching organization inside that system is characterized by the articulation for the development of the theoretical and conceptual thought, having its unified basis the measure idea that involves the relationship among the mathematical quantities.

Keywords: Organization, Teaching, Mathematics, Elkonin-Davydov.

Introdução

Alguns pressupostos de cunho teórico, articuladamente com reflexões empíricas, moveram o presente estudo. O primeiro deles é que os bens culturais, considerados como científicos produzidos historicamente pela humanidade, têm um lugar específico para que sejam apreendidos pelas gerações: a escola. Nesta ocorre a educação escolarizada e, portanto, ela exerce a função mediadora no processo de apropriação dos conceitos científicos da Matemática (Giardinetto, 1999).

Na perspectiva da psicologia pedagógica histórico-cultural, a educação e o ensino assumem o desafio de promover o desenvolvimento intelectual dos estudantes, desde o primeiro ano do ensino fundamental, mais especificamente o pensamento teórico (Davydov, 1982). Por decorrência, outro pressuposto é que a escola deve se constituir em um espaço social de objetivação de duas atividades humanas: de ensino, por parte do professor, e de estudo, peculiar do aluno. Sendo assim, faz-se necessário um modo de organização do ensino para que os estudantes se insiram na atividade de estudo e se apropriem dos conhecimentos, em conformidade com as finalidades educativas de uma determinada sociedade.

Nesse contexto, as questões que se apresentam são: quem estabelece os princípios e diretrizes de um determinado modo de organização do ensino? Em que instâncias, num estudo investigativo, se podem buscar expressões ou objetivações desse modo de organização de ensino? No estágio atual de organização social, as normativas para a educação de um determinado grupo humano (país, estado, município) são estabelecidas pelos órgãos governamentais. Isso, em instância superior, ocorre por mecanismos como: leis, decretos, planos (decenais, ou qualquer período), diretrizes curriculares, entre outros. Os meios que expressam pedagogicamente essas determinações e chegam até a escola e aos professores são, entre outros: os documentos

das propostas curriculares (Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, Proposta Curricular de Santa Catarina, por exemplo), cursos de formação de professores, os livros didáticos e, por consequência, a sala de aula.

Dentre esses mecanismos, no presente estudo, adotamos o livro didático como instrumento de investigação do modo de organização do ensino de Matemática, considerado como algo novo em relação às propostas educativas predominantes: o sistema Elkonin-Davýdov. Como forma de delimitação do objeto de estudo, deter-nos-emos, mais especificamente, na proposta de Davýdov e colaboradores para o modo de organização do ensino dos conceitos matemáticos para o primeiro ano escolar.

Vale enfatizar que Davýdov tanto aprimorou a teoria pedagógica numa perspectiva histórico-cultural como atendeu os princípios vigotskianos da relação entre educação e desenvolvimento. “Seus biógrafos reconhecem o papel determinante na criação de um sistema singular de educação para o desenvolvimento, conhecido como sistema Elkonin-Davydov, posto em prática em escolas russas com sua supervisão direta, até sua morte” (Libâneo & Freitas, 2013, p. 323). O caráter novo da referida proposta está, tanto em nível de conteúdo, quanto do método (Davýdov, 1982).

O autor adota como princípio básico que o conteúdo ‘teórico’ - em vez de empírico - é a referência para a apropriação, por parte dos estudantes de todos os níveis de escolaridade. Para tanto, em Matemática, o conteúdo teórico tem por base a idéia de grandeza que propicia o estabelecimento de relação entre aquelas de mesma natureza (comprimento com comprimento, área com área, volume com volume, massa com massa, discreta com discreta). Em situação escolar, a criança inicia pelo estudo do conceito de número real, em vez do número natural, como normalmente é priorizado pelas escolas.

No referente ao método, a proposta davydoviana adota o procedimento de ascensão do abstrato ao concreto (Galperin, Zaporózhets & Elkonin, 1987). O estudo das grandezas, como referência, proporciona um movimento, em relação ao pensamento correspondente, que segue do geral para o particular. Portanto, posiciona-se contrariamente ao que insistem as tendências pedagógicas predominantes nas escolas que defendem o pressuposto do particular para o geral (Madeira, 2012).

É nesse contexto que se insere o objeto da presente investigação: uma nova perspectiva de organização do ensino de matemática, com fundamento na psicologia pedagógica histórico-cultural - elaborada por Vigotsky e colaboradores - que, por sua vez, tem como matriz teórica o materialismo histórico e dialético. Nosso objetivo é, pois, analisar o modo de organização das tarefas que se expressam no livro didático de matemática do sistema de ensino de Elkonin-Davydov.

Metodologia

Como antes mencionado, no presente estudo, focalizamos o desenvolvimento das tarefas do livro didático e de orientações metodológicas que objetivam a proposta de ensino da matemática - delimitada para o que corresponde ao primeiro ano do ensino fundamental - no contexto do sistema denominado de Elkonin-Davydov. A pesquisa documental se caracteriza como qualitativa, pois não se detém à quantificação de dados e análise estatística dos mesmos.

As referências de análise foram: 1) o manual de orientação ao professor Гопѳов, et al. (2008); 2) o livro didático ДАВЫДОВ et al. (2012), ambos referentes ao primeiro escolar. As versões russas foram traduzidas² para o português, em uma das ações do GPMACH³. A partir das traduções, montou-se o livro didático na forma de apresentação em slides *power point*, que foi a base de análise para identificar o modo de organização do ensino.

A análise foi direcionada albergando os procedimentos descritos a seguir. A primeira leitura centrou-se na estruturação e consonância dos dois livros, com ênfase na divisão dos seus capítulos e os conteúdos/temas/conceitos explicitados em cada um deles. Na seqüência, o olhar se dirigiu para as tarefas de cada capítulo com atenção para a identificação e análise: dos conceitos matemáticos que pretendiam desenvolver; das suas finalidades; dos elementos articuladores entre elas; das idéias que caracterizam os conceitos, bem como a determinação de uma tarefa representativa, de cada capítulo, que ilustrasse de modo argumentativo a análise. Além disso, buscamos indícios do movimento do pensamento que as tarefas proporcionam aos estudantes.

Nesse sentido, consideramos alguns pressupostos davydovianos para a organização do ensino, uma vez que a apropriação de novos conhecimentos requer que o estudante entre em atividade de estudo (Davidov, 1988). Estase estrutura, como toda atividade humana, por vários componentes que podem se transformar um em outro: necessidades \rightleftharpoons motivo \rightleftharpoons objetivo \rightleftharpoons condições. Essa transformação nos incide outros componentes correlativos: atividade \rightleftharpoons ação \rightleftharpoons operação.

Em termos pedagógicos, a atividade de estudo segue a seguinte organização: tarefas gerais de estudo, ações de estudo e tarefas particulares. Davidov (1988, p. 188) estabelece a primeira **tarefa de estudo** para a Matemática que tem como finalidade a “obtenção e o emprego do número como meio especial de comparação das grandezas”. Também, indica as seis **ações de estudo**: transformação dos dados da tarefa a fim de revelar a relação universal, geral, do objeto estudado; modelação da relação universal na unidade das formas literal, gráfica e objetal; transformação do modelo da relação universal para estudar suas propriedades em forma pura; dedução e construção de um determinado sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um

² As traduções foram feitas por Elvira Kim, de nacionalidade russa, professora da Universidade Federal do Paraná.

³ GPEMACH - Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma abordagem Histórico-Cultural, Universidade do Extremo Sul Catarinense.

procedimento geral; controle da realização das ações anteriores; avaliação da apropriação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de estudo dada.

Há diferença entre as tarefas de estudos e as tarefas particulares. As primeiras estabelecem as condições para que os estudantes dominem o procedimento geral de ação e desenvolvam novos conceitos. As segundas propiciam o domínio dos procedimentos adotados para a solução de determinadas situações particulares. As análises desses procedimentos permitem que identifique o aspecto geral predominante em todo o sistema que, em termos de pensamento, possibilita o trânsito do geral para o particular (Davidov, 1988).

Vale ressaltar que, para efeito do presente estudo, a centralidade é a seqüência de tarefas particulares do livro do primeiro ano escolar que são desenvolvidas pelos estudantes, no processo de apropriação dos conceitos matemáticos. Para tanto, escolhemos algumas delas, como forma de explicitar e analisar as idéias e conceitos que permanecem em cada uma, bem como as características novas e peculiares das mesmas. Visamos, pois, entender a articulação entre elas como forma de concentrar a atenção dos estudantes naquilo que Davýdov considera essencial do conceito em apropriação (Souza, 2013).

O modo de organização do ensino de matemática no sistema Elkonin-Davýdov

Os livros em análise, que objetivam o sistema de ensino de Elkonin-Davýdov, compõem-se de onze (11) capítulos. Cada qual, anunciado por um título que expressa o seu teor conceitual, é constituído por um conjunto de tarefas particulares. A primeira delas é denominada “tarefas de introdução” (Горбов, Микулина&Савельева, 2008).

No primeiro capítulo, as análises e dados da tarefa trazem o prenúncio da relação geral da matemática, a grandeza. Por isso, as características dos objetos são analisadas em um todo, como: identificação da figura ou elemento correto, semelhanças e diferenças, etc. O foco nesse capítulo é, pois, para que os estudantes identifiquem as figuras, mas num contexto de várias delas para que sintam a necessidade de uma nova forma de comparação. Por exemplo, não basta reconhecer e apontar as características de um determinado objeto ou figura, mas é preciso que eles diferenciem pela sua posição em relação à outra. Isso requer o uso de termos, “em cima, abaixo, à esquerda, à direita ou fica entre”. Além disso, algumas tarefas do fim do capítulo conduzem o aluno à resposta não corriqueira, entre outras, a negação: “não é quadrado, não é triângulo”.

As crianças estabelecem relações em conformidade com as condições postas pela situação-problema de cada tarefa. Além disso, prognosticam a necessidade de destacar as particularidades, bem como a possibilidade de estabelecer as relações com base no tamanho, forma e posição. Porém, não lhes impede que destaquem as propriedades secundárias como, por exemplo, cor. Há destaque para as relações entre figuras geométricas que são familiares às crianças. Contudo, ainda sem tratar de alguma

especificidade conceitual da matemática. Os enunciados e a condução de cada uma delas enfatizam a relação entre as figuras, bem como, a elaboração de “perguntas e respostas inteligentes” com vistas ao desenvolvimento do pensamento crítico.

É com tal preocupação que Горбов, Микулина e Савельева (2008) propõem a seguinte tarefa: no quadro, tem sete quadrados, de mesmo tamanho, expostos na vertical. Quatro deles de cor azul são colocados alternadamente com os três de cores diferentes (por exemplo, vermelho, verde, amarelo). As crianças precisam adivinhar a figura pensada pelo professor, por meio de perguntas, com a condição de não apontá-las ou fazer indicação, do tipo: é esta? Tentam, inicialmente, descobrir as possíveis perguntas “inteligentes” para esta situação, pois aquelas que se referem à forma e ao tamanho são inúteis. Como a única característica pela qual os objetos se diferem é a cor, a pergunta a ser feita é: qual é a cor do quadrado? O professor responde que o quadrado é azul. Mas existem quatro deles com essa cor, o que requer a indagação: Como saber, qual deles foi pensado? As características que as crianças conhecem não ajudam, por isso, requer o uso de outro recurso para descobrir o quadrado certo.

No segundo capítulo, as tarefas colocam os estudantes em situações de análises referentes às primeiras noções geométricas de linha reta, linha curva, ponto e segmento. A apresentação não é de forma pronta e acabada, pelo contrário, traz idéias conceituais com prioridade para as suas características gerais. Para o estudo de linha reta, o professor distribui, a cada criança, uma folha. Ele dobra uma delas, de forma que fique visível o resultado que se formou no papel. Posteriormente, os estudantes repetem o procedimento com suas respectivas folhas e, em seguida, desenham uma linha igual à formada com a dobra. A conclusão esperada é que há diferença entre as duas formas de representação. Então, o professor questiona: como fazer para desenhar uma linha reta? Após ouvir as possibilidades criadas pelo grupo, a síntese elaborada consiste na seguinte inferência: para fazer a linha reta é preciso a utilização de algum instrumento, seja dobrar a folha, a régua ou outro objeto retilíneo.

As tarefas, além de colocar os estudantes em contato com o primeiro conceito científico da área da matemática - geométrico - induzem a necessidade de representação. Esta é uma produção histórica do homem, graças à imaginação na atividade objetual-sensorial e pela necessidade de comunicação (Davidov, 1988). Constitui-se em meio de planificação das ações futuras, que pressupõem a comparação das variantes, a fim de escolher a mais conveniente. Ela se torna objeto da atividade do homem sem uma referência direta às próprias coisas.

Como decorrência, surge uma atividade que permite a transformação das imagens ideais, dos projetos das coisas, sem modificá-los até certo momento. Porém, a representação não caracteriza o conceito teórico. Este reproduz, na integralidade e concreticidade, o processo de desenvolvimento do sistema. Nele se revelam as particularidades e as inter-relações dos objetos singulares (Davidov, 1988). Com tal intenção, num segundo momento, é proposto que as crianças contornem a palma da mão

e comparem com a linha feita com régua. Por exemplo, (Горбов, Микулина&Савельева, 2008).



Figura 1. Diferentes tipos de linha.

Tal exercício objetiva a identificação dos dois diferentes tipos de linha, o que oportuniza a indicação, pelo professor, da denominação das linhas: ‘curva’ e ‘reta’. Este conceito, mesmo que preliminar, é referência no sistema de ensino de matemática davydoviano, pois, como veremos adiante, também se traduzirá em elemento para representar e mediar a apropriação dos conceitos matemáticos.

Ainda que sejam as primeiras inserções das crianças no contexto da matemática, a proposta de Davýdov apresenta-lhes o conceito de intersecção entre linhas para a elaboração da idéia de ponto. Então, o professor desenha uma linha curva e pede para os alunos fazerem o mesmo em seus cadernos. Em seguida, ele traça uma reta que corta a linha curva em dois lugares, novamente, solicita-lhes que repitam a operação no caderno, com o uso da régua. As crianças, em conformidade com a orientação do professor, marcam – “forçando a ponta do lápis” – o local em que as linhas se cruzam. Também, elas são informadas que tal marcação é o ponto, como na Figura 2, que segue.

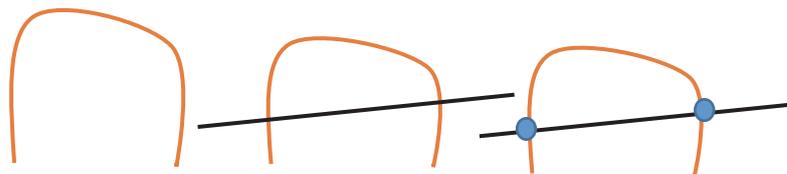


Figura 2. Idéia de linha curva, reta e ponto.

As primeiras noções geométricas com dupla função – teor conceitual em si e mediador de apropriação de novos conceitos – são estendidas. Isso fica explícito ao se propor que as crianças desenhem, com uso da régua, uma linha reta no papel. O professor solicita que marquem dois pontos na reta e destaquem com um lápis de outra cor a parte que os unem, que é apresentada com o nome de segmento. O comentário segue com a informação de que se trata de algo contido e extraído da reta, por isso, às vezes, suas extremidades são marcadas com os riscos, como se fossem a linha de corte.

Outras tarefas são desenvolvidas de acordo com os conteúdos relativos às linhas retas e curvas, pontos e segmentos. Consistem em relacionar as posições dos pontos entre uma e outra apresentação, por exemplo: está ou não na linha? Esta passa ou não por um deles ou os unem? São os fins da linha ou marca o cruzamento de duas delas. Esses conceitos são enfatizados, uma vez que são a “base” para caracterizar os demais conteúdos do próprio capítulo, entre eles: linhas quebradas, linhas fechadas, linhas abertas, limites das figuras. Um exemplo desse teor é a tarefa da figura 3 que propõe: quais pontos estão dentro da linha, quais pontos estão fora?



Figura 3. Limite da linha fechada e pontos externos e internos.

O modo de elaboração das tarefas possibilita que as crianças comparem figuras e objetos de mesma forma, por emparelhamento ou que os deixem na mesma posição, para que descubram a característica da grandeza comprimento: “uma é mais alta, em outro caso vai ser mais grossa, ou ainda uma figura sendo, simultaneamente, mais alta e mais grossa que a outra de mesma espécie” (Горбов, Микулина&Савельева, 2008). No processo de análise, o professor informa que a comparação leva em consideração a grandeza comprimento das figuras. À medida que novas tarefas são realizadas, surge a necessidade de especificação de qual dimensão das figuras o exercício se refere, como: comprimento da altura, comprimento da largura, comprimento da profundidade ou espessura.

Linhas quebradas, fechadas e abertas são estudadas quase que paralelamente. Parte-se da determinação de quatro pontos não aleatórios e diferentes pelas cores, que as crianças os unem com segmentos. Aparecerá uma espécie de linha formada por segmentos, porém não reta, que são anunciados, pelo professor, como linhas quebradas.

Também, ao ligar quatro pontos não aleatórios, as crianças formam segmentos. Desta vez, o professor orienta-as para unirem o último ponto ao primeiro. Isso faz com que qualquer ponto pode ser o início e o fim da reta quebrada. Então, o professor esclarece que, neste caso, a linha é quebrada e fechada. Por sua vez, a linha curva fechada é construída a partir da mesma situação, porém com a condição de que os estudantes unam os pontos com linhas não quebradas. Para compreensão sobre o limite de figuras, as tarefas de introdução propiciam análise das diferentes posições do ponto em relação à linha fechada. Os estudantes observam que o ponto pode localizar-se do

lado de fora ou de dentro das linhas. Caracteriza-se, respectivamente, os limites interno e externo das figuras.

O conceito de área de figuras vem logo em seguida e não por acaso, pois as crianças já diferenciam os limites interno e externo. Nesse momento, elas voltam a comparar figuras, porém irregulares. Por isso, a comparação é feita como um todo e não apenas com uma dimensão. Descobre-se que há mais um modo de comparação: a grandeza área.

Antes de focar o conceito de volume, algumas tarefas envolvem figuras planas e corpos. A intenção é fazer com que as crianças relacionem e diferenciem figuras bidimensionais de corpos geométricos tridimensionais. Novamente, os estudantes são orientados para a formulação de perguntas inteligentes, com base em todos os conhecimentos adquiridos até o momento, mediadoras das interações entre eles. Trata-se de um momento que requer um esforço dos deles para a elaboração de síntese, que revela a superação do concreto caótico em que os objetos se lhes apresentaram, inicialmente. Essa tarefa é a expressão do movimento de redução do pensamento do concreto ao abstrato (Davýdov, 1982). E, as abstrações a serem atingidas - dadas as condições propiciadas pela estruturação das próximas tarefas - são as relações de igualdade e desigualdade entre as grandezas de mesma espécie (Rosa, 2012).

É nesse momento que se inicia o processo de representação propriamente dito da relação entre as grandezas, em seu primeiro tipo: **a representação objetal**, por meio de tiras de papel. Se a criança levanta tiras com as dimensões iguais é porque ela entende que a comparação feita resulta numa igualdade. Caso apresente duas tiras com dimensões diferentes, expressa que a situação analisada traduz uma desigualdade. Essas relações ocorrem em concomitância com a formação da idéia genérica de corpo, ligada ao conceito de volume. Por exemplo, a figura 4 é uma tarefa que solicita que seja indicado, com as fichas, o resultado da relação entre os respectivos volumes (Давыдова et al, 2012, p.17).

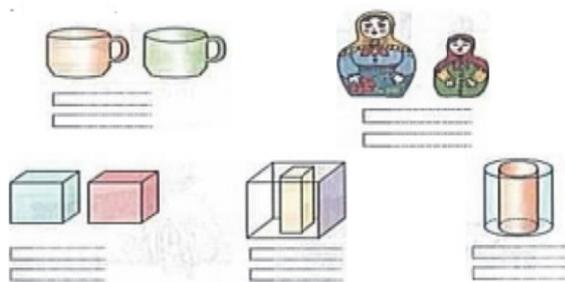


Figura 4. Representação Objetal.

Essa forma de representação - objetal - traz um novo parâmetro na comparação dos objetos, a saber, o “corpo tridimensional”. Além disso, faz com que as relações

entre grandezas não seja expressa pela indicação direta dos volumes, mas por um recurso que permite dar o primeiro passo para o conceito abstrato de valor.

Acréscimos conceituais e de procedimentos ocorrem nas tarefas envolvendo a grandeza massa. O professor mostra dois objetos que coincidem em todas as características conhecidas pelas crianças. Ele simula que os estudantes das outras salas já compararam esses objetos e mostraram as tiras diferentes. Contudo, elas são instigadas para a identificação da característica, adotada pelos referidos sujeitos, para que a comparação resulte em desigualdade. Só se consegue a resposta correta caso uma criança pegue os dois objetos e perceba que um corpo é mais pesado que o outro. O professor anuncia que essa nova característica, que produziu a diferença, denomina-se massa.

No contexto de tarefas referentes à relação de igualdade e desigualdade, estabelecidas com grandezas de mesma espécie entre si, inicia um **segundo tipo de representação: a gráfica**, por meio de segmentos. Ela aparece como uma necessidade de passar as respostas ‘igual’ e ‘diferente’ para o papel. Para tanto, o professor levanta uma questão a ser pensada: não seria melhor desenhar segmentos do que usar as tiras para indicar os resultados? A substituição acontece aos poucos, sem abandono brusco do modo até então adotado, para depois passar para o caderno com a adoção de dois segmentos.

A figura 5 é uma tarefa, adaptada (Давыдова et al, 2012, p.19), que traz a referida representação. Solicita às crianças: o resultado de comparação de vidros com mel é representado pelos pares de segmentos. Qual das representações é a correta? Por quê?

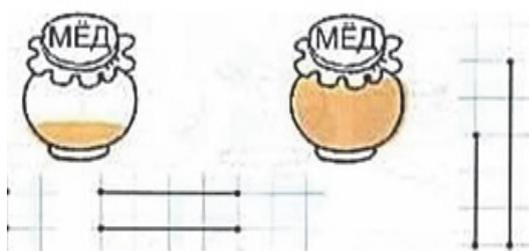


Figura 5. Representação Gráfica.

Esse modo de representação subsidia a apresentação das primeiras formas de agrupamentos e relação biunívoca entre objetos ou figuras, já ao final do segundo capítulo. As tarefas consistem em analisar o modelo, representar a igualdade e desigualdade e ainda modificar ou formar valores. Portanto, o foco está na caracterização da quantidade.

O capítulo três tem como ênfase e conteúdo as operações com os valores. As tarefas exigem dos estudantes muita atenção para analisar as situações. Estas priorizam alterações em grandezas (volumes, massas, quantidades ou áreas), nos próprios objetos

ou figuras e posterior representação gráfica e vice-versa. O inverso também é proposto às crianças, que modificam os comprimentos dos segmentos para que se adequem ao resultado da manipulação, isto é, uma desigualdade deve se transformar em igualdade. Em outras palavras, responde a questão: o que é necessário para que certa quantidade (ainda referente às grandezas) desigual se torne igual à outra.

Isso acarreta num movimento de aumento ou diminuição de um dos segmentos da representação gráfica. Como decorrência, surgem duas novas características nesse modo de representação: a primeira é o arco que serve para indicar a “marca”, a manipulação do segmento (o trânsito entre a situação inicial e final); a segunda, a identificação dos valores das grandezas e dos segmentos com as letras. Com isso, apresenta-se o **terceiro tipo de representação: a literal**. A figura 6 é representativa dessa nova característica do modo davydoviano de organização do ensino da Matemática. A tarefa enuncia: modifique o nível de água de acordo com o esquema.

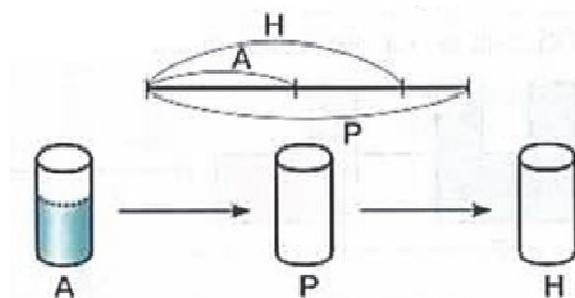


Figura 6. Representação Literal.

As três formas de representações revelam o entendimento de Davýdov sobre o movimento do pensamento no processo de apropriação do conhecimento, no qual se destacam duas importantes características:

A primeira é que o pensamento dos estudantes se move de forma orientada do geral para o particular. O geral é compreendido como a conexão geneticamente inicial do sistema estudado, que gera o caráter do sistema concreto. Ou seja, no início identifica-se o “núcleo” inicial do sistema estudado e, a partir dele, são deduzidas as suas particularidades. A segunda consiste na revelação, pelos estudantes, das condições de origem dos conhecimentos, em vez de recebê-los prontos. Para tanto, é necessário que as crianças: realizem as transformações específicas dos objetos e fenômenos, reproduzem e modelam (na forma objetual, gráfica e literal) suas propriedades internas que se convertem em conteúdo do conceito. São essas ações que revelam e constroem a conexão essencial e universal, fontes para as abstrações, generalizações e conceitos teóricos (ROSA, 2012, p. 51-52).

A partir das representações das grandezas por meio de letras, apresenta-se a necessária indicação dos resultados de comparações. Por extensão, os estudantes entram

em contato com os símbolos =, ≠, <, > e os registros ou notações do tipo: $p = n$, $a < m$, $a > b$ e $p \neq m$. Os últimos conceitos abordados, neste capítulo, dizem respeito às séries de valores: ordem crescente e decrescente. Para tanto, orienta-se as crianças para que organizem os valores comparados e registrados, partindo do menor para o maior e, em seguida, na ordem inversa.

O quarto capítulo introduz o número, inicialmente, com ênfase no significado de operador, ou seja, obtido pela contagem, porém, ainda sem a referência à quantidade, como ocorre nas escolas atuais. Ao contrário, se apresenta com base nas situações de comparações diretas entre grandezas. O número, ainda sem simbologia, aparece em uma seta (primeira forma de esquema) em que, a cada repetição da unidade de medida, é marcado um traço vertical. A seta tem suas extremidades marcadas por letras e o seu sentido indica que uma das letras é a unidade e a outra a grandeza a ser medida. Como exemplo, apresentamos a tarefa da figura 7 (Давыдова et al, 2012, p. 38).

Observe as diferentes áreas.

Construa novas áreas indicadas pelos esquemas.

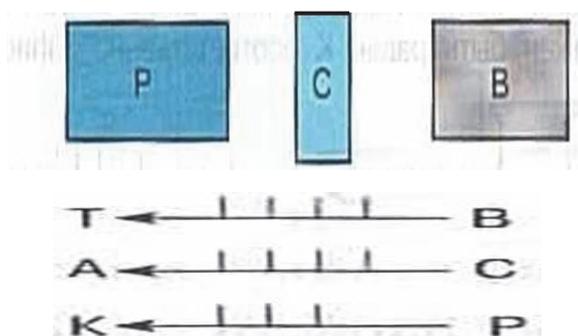


Figura 7. Introdução do número.

Mas, a característica que se destaca nesse capítulo é a apresentação do modelo universal do conceito de número, que se expressa na forma $a/b = c$. É esse modelo que indica a idéia teórica de número real, referência de apropriação desde o primeiro ano escolar, que se origina no processo de medição das grandezas (Davýdov, 1982). A tarefa da figura 8 (Давыдова et al, 2012, p. 48) é exemplo do modo como o número se apresenta à criança. Ela propõe: quantas medidas K contêm valor T? Quantas medidas K contêm valor C? Complete as anotações.

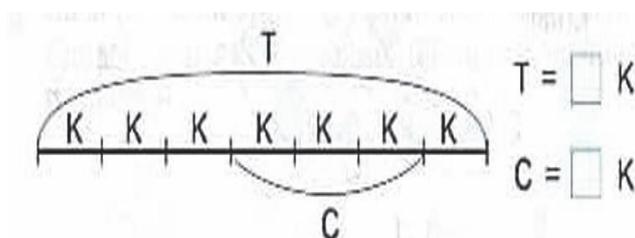


Figura 8. Expressão do Modelo Universal de Número.

O modelo universal dá condições para que as crianças escrevam que $T = 7k$ ou $T/k = 7$ e $c = 3k$ ou $c/k = 3$. Esse tipo de relação é anunciativo para números que extrapolam o campo dos naturais. Por exemplo, os racionais quando uma grandeza, tomada como unidade, não cabe quantidade de vez inteira naquela a medir.

No capítulo quinto, é mantido o registro para comparar grandezas de mesma espécie, porém com a diferença de que ocorre a introdução da reta numérica tendo como ponto de partida uma bandeirinha e não o 0 (zero). A sua construção resulta como conseqüência da contagem dos passos em esquema – a medida unitária livre – que as crianças fizeram durante as comparações.

A construção da reta numérica tem como referência um esquema já seguido pelas crianças no processo de medição, no qual se adotava um segmento em que eram representados os valores, com estabelecimento de uma medida unitária livre, o passo. A ênfase passa ser a característica da reta: o ponto inicial e a direção. O capítulo trata, além da reta numérica, do aspecto quantitativo do numeral. Ou seja, os estudantes se envolvem em tarefas que lhes permitem o entendimento de que todo número é composto por certa quantidade de unidades, representadas na reta numérica por certa quantidade de passos.

Горбов, Микулина e Савельева (2008) estabelecem como critérios da apropriação do material, por parte dos estudantes: 1) composição da reta numérica, com a escolha do início, da direção e do passo, bem como determinar o ponto para um numeral dado e identificar o número correspondente; 2) entendimento do princípio da posição seqüencial dos numerais na reta, isto é, que um numeral está a um passo do anterior; 3) representação dos numerais e os valores por meio dos segmentos da reta numérica.

Isso se repete no sexto capítulo, no entanto os valores numéricos são mais altos e envolvem mais de uma medida a ser comparada com a mesma unidade. Além disso, as tarefas focalizam mais as unidades de comprimento. Contudo, extrapola para a elaboração da síntese: quanto mais adiante da reta ou de uma série se localiza o número, maior é o valor por ele medido. Com isso, os estudantes concluem que a relação maior-menor também é válida para os números.

É nesse contexto que surge a necessidade de medir os valores pela mesma medida, o que leva à introdução das unidades-padrão de medição, referentes às unidades de comprimento e de contagem das quantidades, momento em que a régua passa ser um elemento mediador na resolução das tarefas. Antes, porém, são lembradas as unidades de comprimento que as crianças já conhecem para, em seguida, desenvolver tarefas que levam à descoberta das unidades que as pessoas comumente usam para medir as quantidades.

No capítulo sétimo, acrescenta-se a “medida intermediária” entre as grandezas a serem analisadas para a caracterização do grau de desigualdade dos valores. A representação da relação na reta numérica permite a introdução das operações de adição e subtração que, no fim do capítulo, subsidiam a introdução do 0 (zero) na reta numérica, em substituição à bandeirinha.

Para tanto, trata com mais detalhes a relação de desigualdade de valores. Dá destaque para a diferença, isto é, o que caracteriza o grau de desigualdade entre os valores. Além disso, as crianças analisam os registros representativos dessas duas operações que se apresentam simultaneamente. Também, ocorre o processo deslocamento mental pela reta numérica de até três passos, a partir de número dado. Atinge-se o uso das letras para marcar os números: sentenças com letras

O zero resulta de subtrações sucessivas de uma unidade a partir de um determinado valor. A figura 9 (Давыдова et al, 2012, p. 89) exemplifica uma das tarefas introdutórias que faz a seguinte proposição aos estudantes: encontre os valores das sentenças numéricas na reta numérica.

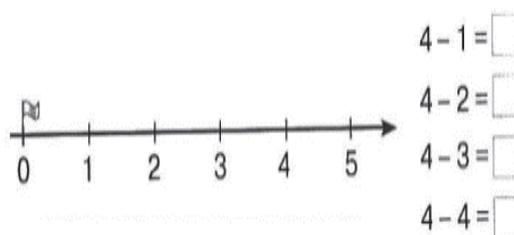


Figura 9. Introdução do zero.

As crianças realizam as subtrações sucessivas e o professor interroga-lhes, em 4 - 4, sobre qual número indicará a anotação como resultado. Para tanto, ele permite que as crianças apresentem alternativas. No final das discussões, é apresentado o número 0 (zero), que caracteriza o início da reta numérica (Горбов, Микулина&Савельева, 2008).

O oitavo capítulo traz o conceito de inteiro/todo e as partes, que anuncia o estudo de resolução de problemas. Por meio das operações de adição e subtração, as crianças identificam o inteiro como o valor maior e as partes como valores que compõem o inteiro. As tarefas se caracterizam em situações que exigem atenção e interpretação nos enunciados. Aos poucos, ocorre a elaboração da seguinte síntese: quando se trata de encontrar o todo, é preciso somar as partes e, para achar alguma parte do todo, é necessário que subtraia o valor do inteiro com o valor conhecido das partes. A referência para o procedimento resolutivo das equações é a reta numérica, na qual se registra passo a passo a relação todo/parte. Por exemplo, o esquema, seguir (Давыдова et al, 2012):

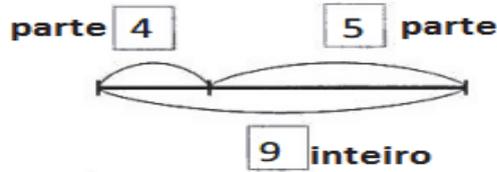


Figura 10. O todo e a parte idéia dos conceitos de adição, subtração e resolução de problema.

A execução das operações na reta numérica possibilita, aos estudantes, desenvolvam o entendimento de que inteiro e parte são distintos. A apropriação desse significado é condição para que, no capítulo seguinte, eles criem e resolvam problemas-textos que visam à determinação de qualquer componente de adição ou subtração. Ainda, no capítulo oito, se inicia o estudo referente à composição e da contagem de números até 10.

No nono capítulo, os enunciados ficam mais complexos, pois, até então as perguntas apareciam com a ilustração, o que passa ser substituído por esquemas de forma inacabada para que as crianças os completem. Ainda, é explicitada a diferença entre história e situações-problema. Nestas, aparecem os números referentes ao todo e às partes. Implicitamente, a pretensão é que as crianças resolvam o problema-texto, com a identificação do significado do inteiro ou de uma parte e atribuam um valor sabendo outro valor e a diferença. Também, espera-se que elas resolvam a adição e subtração de números com a primeira e a segunda dezena.

No décimo capítulo, mantêm-se as tarefas que envolvem alterações de valores, esquemas, partes e todo e a reta numérica – de conhecimento dos estudantes. Porém, nessa etapa, os valores numéricos são mais altos.

“Faça e Aprenda” é o enunciado do décimo primeiro e último capítulo deste livro. Apesar de ser o capítulo final, não traz nenhum conceito novo. As tarefas exigem que os alunos coloquem em movimento os conhecimentos elaborados, principalmente, aqueles abordados nos quatro últimos capítulos, isto é, a partir da introdução da adição e subtração.

Vale ressaltar outra característica de algumas tarefas que permeiam os capítulos: elas não têm respostas, ou precisam de intervenção do professor. São conhecidas como “pegadinha” e identificadas por uma seta. Por exemplo, a tarefa que segue, figura 11 (Давыдова et al, 2012, p. 86), tem como enunciado: coloque os números mágicos que faltam.

$$\begin{array}{l} \rightarrow 0 + 1 + 1 = 2 \quad 0 - 1 - 1 = -2 \quad 1 - 1 - 1 = -1 \\ 0 + 2 = \square \quad 0 \square \quad 1 - 3 = \square \end{array}$$

Figura 11. Tarefa sem solução e requer ajuda do professor.

O modo de organização do ensino, adotado por Davýdov e Elkonin, contempla um conjunto de tarefas particulares elaboradas com o cuidado para que, em cada uma delas, os estudantes transitem pelas relações e representações até então desenvolvidas, porém sem perder de vista conceitos e idéias desenvolvidas anteriormente. Para tanto, cada uma delas traz indicações ou direcionamentos que, muitas vezes, ainda conclamam pela orientação e auxílio do professor em situações em que as apropriações dos estudantes não são suficientes para as novas aquisições.

Conclusão

Os livros, em análise, estão organizados em capítulos de modo que o precedente apresenta algo conceitualmente novo em relação aos anteriores. Davydov entende que para a apropriação, por parte dos alunos, de novos conhecimentos é preciso que eles entrem em atividade de estudo. Para tanto, as tarefas presentes no livro são organizadas de modo que eles sejam envolvidos pelo conteúdo teórico dos conceitos matemáticos científicos. Para tanto, as tarefas focalizam inicialmente situações que requerem, por parte do estudante, um processo de análise e ação investigativa.

Posteriormente, elas tratam de focar as primeiras abstrações conceituais que conduzirão à produção de modelos universais dos conceitos. Para tanto, o componente presente nas tarefas é a grandeza e a relação de comparação entre duas de mesma natureza. Por exemplo, no capítulo 4, são apresentados os sinais de “=, ≠, < e >”, utilizados na representação do resultado das comparações, registro. Em seguida, as tarefas exigem um pouco mais de precisão, pois são atribuído um valor, obtidos pela quantidade de repetição da unidade medida.

É nesse momento que se apresenta o número em seu modelo universal como relação que explicita a idéia de multiplicação $a = b.c$, ou de divisão $a/b = c$, isto é, de número real. No capítulo 5, é mantido o registro para comparar grandezas de mesma espécie, porém na reta numérica, tendo como ponto de partida uma bandeirinha e não o 0 (zero). Isso se repete no capítulo 6, no entanto os valores numéricos são mais altos e envolve mais de uma medida a ser comparada com a mesma unidade. Além disso, as tarefas focalizam as unidades de medida referente à grandeza comprimento. No capítulo 7, é acrescentada a “medida intermediária” entre as grandezas a analisar, para caracterização do grau de desigualdade entre os valores.

A representação dessa relação na reta numérica permite a introdução das operações de adição e subtração, que possibilitam, no fim deste capítulo, o surgimento do 0 (zero) na reta numérica, em substituição a uma bandeirinha. Isso lhe dá o significado de um resultado de subtrações sucessivas, em vez de ‘nada’ ou ausência de elementos em conjunto, como normalmente aparecem em outras propostas de ensino.

A proposta se caracteriza pela articulação de suas tarefas para promover o desenvolvimento do pensamento conceitual dos estudantes. Para tanto, a base unificadora é idéia de medida que envolve a relação entre grandezas de mesma espécie (por exemplo, área e área, volume e volume). Portanto, a cada capítulo aumenta o nível de complexidades que proporciona, ao aluno, a elaboração de novas abstrações, que são ponto de partida para ascender ao pensamento conceitual como um novo concreto, o pensado.

Referências

- Davydov, V. V. (1982). *Tipos de generalización en la enseñanza*. Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Davydov, V. V. (1988). *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación teórica y experimental*. Moscú: Editorial Progreso.
- Galperin, P., Zaporózhets A. & Elkonin, D. (1987). Los problemas de la formación de conocimientos y capacidades en los escolares y los nuevos métodos de enseñanza en la escuela. In M. Shuare. *La psicología evolutiva y pedagogía en la URSS: antología* (pp. 300-316). Moscou: Editorial Progreso.
- Giardinetto, J. R. B. (1999). *Matemática Escolar e Matemática da Vida Cotidiana*. Campinas: Autores Associados - Coleção Polêmicas do Nosso Tempo, v. 65.
- Libâneo, J. C. & Freitas, R. A. M. M. (2013). Vasily Vasilyevich Davydov: a escola e a formação do pensamento teórico-científico. In A. M. Longarezi & R. V. Puentes (Org.). *Ensino Desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos* (pp. 27-41). Uberlândia: EDUFU.
- Madeira, S. M. (2012). *“Prática”: uma leitura histórico-crítica e proposições davydovianas para o conceito de multiplicação*. Dissertação de Mestrado em Educação da Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma.
- Rosa, J. E. (2012). *Proposições de Davydov para o ensino de Matemática no primeiro ano escolar: inter-relações dos sistemas de significações numéricas*. Tese de Doutorado em Educação. Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Souza, M. B. (2013). *O ensino do conceito de número: objetivação nas proposições davydovianas e formalista moderna*. Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma.

Горбов С. Ф., Микулина Г. Г. & Савельева О. В. (2008). *Обучение математике. 1 класс: Пособие для учителей начальной школы* (Система Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова). 2-е изд., перераб. - М. ВИТА-ПРЕССб.

Давыдова, В. В, Горбов, С. Ф., Микулина, Г. Г. & Савельева, О. В. (2012). *Математика: Учебник для 1 класса начальной школы*. 3-е изд. М.: ВИТА-ПРЕСС.

Dados dos autores:

Ademir Damazio

Universidade do Extremo Sul Catarinense - UNESC

Programa de Pós-Graduação em Educação.

Rua João Pessoa, 698, Apto 403. Centro, 88801-530, Criciúma, SC, Brasil.

Correio eletrônico: add@unesc.net

Eloir Fátima Mondardo Cardoso

Universidade do Extremo Sul Catarinense - UNESC

Avenida Catarinense, 571. Bairro Vila Manaus, 88806-800, Criciúma, SC, Brasil.

Correio eletrônico: efm@unesc.net

Felipe Everaldo dos Santos

Universidade do Extremo Sul Catarinense - UNESC

Laboratório de Estudos em Educação Matemática.

Rua Adelina Rosa Bosa Burigo. Bairro Santa Líbera, 88850-000. Forquilha, SC, Brasil.

Correio eletrônico: felipesantos@unesc.net

Data de recebimento: 01/12/2013

Data de revisão: 03/01/2014

Aceito: 09/01/2014

